

수력학적 지름 변화에 따른 직사각형 마이크로채널 단면에서의 퍼텐셜 변화

이효승, 김기호, 유재근, 노순영, 최재호, 윤수경[†], 이영우*

충남대학교 공과대학 화학공학과
305-764 대전광역시 유성구 궁동 220번지

[†]한국공학교육인증원
135-080 서울특별시 강남구 역삼동 701-7 한국기술센터 내

(2006년 11월 20일 접수; 2006년 12월 12일 채택)

Potential Change in the Cross Section of the Rectangular Microchannel with Different Hydraulic Diameters

Hyo Song Lee, Ki Ho Kim, Jae Keun Yu, Soon Young Noh, Jae Ho Choi,
Soo Kyung Yoon[†], and Young Woo Rhee*

Department of Chemical Engineering, Chungnam National University
220, Gung-dong, Yusung-gu, Daejeon 305-764, Korea

[†]Accreditation Board for Engineering Education of Korea
Korea Technology Center Bldg., 701-7 Yeoksam-dong, Gangnam-gu, Seoul 135-080, Korea

(Received for review November 20, 2006; Revision accepted December 12, 2006)

요 약

단면이 직사각형 형태를 갖는 마이크로채널에서 이론적인 퍼텐셜의 분포변화를 제타퍼텐셜과 수력학적 지름을 변수로 조사하였다. 그리고 종/횡(Height-Width) 비를 1, 1/2, 1/3로 변화시켜서 형태의 변화에 따른 퍼텐셜의 분포변화를 조사하였다. 이를 위하여 Comsol 사의 FEMLAB 3.0을 이용하여 전산 모사를 실시하였다. 그 결과 단면의 수력학적 지름이 감소함에 따라서 높이방향 표면이 퍼텐셜 분포에 미치는 영향이 일정한 영역까지 나타났다. 또한 단면의 중앙을 지나는 가상의 선상에서 퍼텐셜 값은 제타퍼텐셜에 정비례하여 증가하였으며, 퍼텐셜 값은 단면의 종/횡 비가 증가함에 따라서 그 기울기가 증가하였다. 그렇지만 전체적으로 보았을 때, 단면의 종/횡 비가 감소함에 따라서 전기이중층이 표면방향으로 압축되는 형태를 나타내었으며, 이는 제타퍼텐셜의 증가를 가져올 것으로 사료된다.

주제어 : 직사각형 마이크로채널, 퍼텐셜 분포, 제타퍼텐셜, 수력학적 지름, 종/횡 비

Abstract – In this study, we investigated the potential changes in the cross sectional area of the rectangular microchannel with various zeta potentials and hydraulic diameters. We changed height/width ratio as 1, 1/2, and 1/3 and investigated its effect on the potential change. For this research, FEMLAB(Comsol, version 3.0) was used to investigate the theoretical potential distribution. The potential change in the cross section shows that right and left surfaces affect to some ranges. For the same area and shape, the potential value is directly proportional to the zeta potential change. With the decrease in the H/W ratio, the electrical double layer is condensed to the side surfaces.

Key words : Rectangular microchannel, Potential distribution, Zeta potential, Hydraulic diameter, H/W ratio

* To whom correspondence should be addressed.
E-mail : ywrhee@ynu.ac.kr

1. 서 론

마이크로플루이드스(Microfluidics)에 대한 이해는 마이크로 시스템(Microsystem)을 이용하는 제약, 의료, 화학공학, 생물공학, IT 등을 비롯한 다양한 산업분야에서 새로운 기술의 연구 개발에 매우 중요한 요소이다. 마이크로플루딕 시스템은 비용의 절감, 반응성의 증가, 에너지소비의 감소, 시스템의 소형화 등을 가능하게 하는 장점으로 인하여, 소형 연료전지와 마이크로반응기 등의 연구를 통한 청정분야와의 관련성이 매우 높다. 마이크로시스템에서의 유체의 흐름은 압력 기울기, 표면장력, 자기장, 전기장, 원심력 등의 구동력에 의하여 실현될 수 있으며, 채널 벽의 표면상태가 유체 흐름에 지대한 영향을 미친다[1-11].

최근의 마이크로시스템은 MEMS 기술의 발전과 더불어서 마이크로채널의 단면이 주로 직사각형 형태를 보이며, 대부분의 경우에 레이놀즈수가 1보다 적은 값을 나타낸다. 전기삼투(Electroosmosis)에 의한 마이크로플루딕 흐름은 채널 벽면에 형성되는 전기장에 의하여 형성이 되며, 마이크로시스템 내에 추가적인 기계장치가 필요하지 않고 전기장의 세기를 조절하거나 채널 내에 흐르는 유체의 pH를 조절함으로써 그 흐름을 보다 쉽게 제어할 수 있다[12-19].

계면전동(Electrokinetic) 공정은 1809년 Reuss에 의하여 처음으로 소개되었으며, 원형, 타원형, 직사각형, T-형 그리고 Y-형 등 다양한 형태를 갖는 마이크로채널에서의 정상상태 전기삼투흐름에 대한 많은 연구가 보고되어지고 있다[20-23]. Li et al.[24]은 용액이 교환되는 비정상상태 전기삼투흐름에 대한 연구를 수행하였으며, Soderman and Jonsson[25]은 펄스형태로 전기장이 주어질 때 평판형과 실린더형에 대한 전기삼투흐름을 연구하였다. 그리고 Santiago[26]는 두 개의 평판 사이에서의 과도(Transient) 전기삼투흐름에 대한 연구를 수행하였으며, Keh and Tseng[27]은 모세관과 모세틈새(Capillary slit)에서의 과도 전기삼투흐름에 대한 분석적인 해를 구하였다. Yang et al.[28]은 선형 근사법을 사용하지 않고, 완전 수치 접근법(Complete numerical approach)을 이용하여 틈새 마이크로 채널(Slit microchannel)에서의 전기삼투흐름을 연구하였다.

전기삼투에 의하여 흐르는 유체의 유속은 주로 microchannel 내를 흐르는 유체에 형광물질이나 형광입자를 투입한 후 형광현미경을 통하여 유체의 특성을 파악하거나, PIV(Particle image velocimetry) 시스템을 사용하여 유체의 흐름을 3차원 영상으로 관찰할 수 있다[12-14]. 일반적으로 전기삼투에 의한 유체의 이론적인 거동은 단면에서의 전기이중층(EDL: electrical double layer)에 대한 이해를 바탕으로, Navier-Stokes 식을 이용하여 일정한 범위 내에서 예측이 가능하다. 그리고 단면의 형태, 용액의 농도, pH, 온도 등을 변수로 하는 단면에서의 퍼텐셜 분포 변화는 전기삼투에 의한 채널 내 유체의 흐름에 대한 변화를 예측 가능하도록 해주는 것으로써, 전기삼투에 의한 유체의 흐름특성 분석에 반드시 필요한 기초자료라고 할 수 있다.

본 연구에서는 콰솔(Comsol)사의 FEMFLAB 3.0을 사용하여, 마이크로채널의 직사각형 단면에서의 퍼텐셜 분포변화를 제타퍼텐셜과 수력학적 지름(Dh: Hydraulic diameter)을 변수로 사용하여 이론적인 퍼텐셜 분포를 조사하였다. 또한 채널 단

면의 중/횡 비를 1, 1/2, 그리고 1/3로 변화시켜서 단면의 형태 변화에 따른 퍼텐셜의 분포변화를 조사하였다. 이를 위하여 단면의 중앙을 가로지르는 가상의 선을 긋고, 선 상에서의 퍼텐셜의 변화를 비교하였다. 또한 중/횡 비가 1인 단면에서의 퍼텐셜 변화를 제타퍼텐셜의 변화에 따라서 구하여 나타내었다.

2. 이론적 배경

Figure 1에 나타난 바와 같이, 단면이 직사각형인 마이크로 채널은 너비가 2W, 높이가 2H 그리고 길이가 L인 마이크로 채널이다. 퍼텐셜이 대칭이므로, 채널 단면의 1/4 영역에 대하여 해를 구하면 된다.

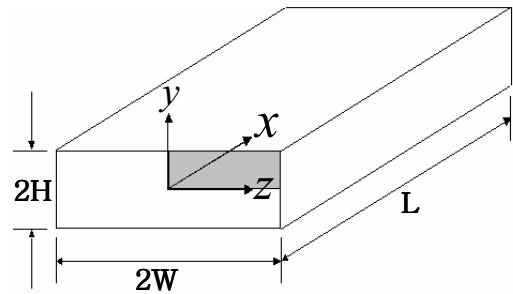


Figure 1. Rectangular microchannel with the computational domain(shaded region).

우선은 전기이중층 영역에서 총괄 전하밀도를 구하기 위하여 전기이중층 장을 해석해야 한다. 단면이 직사각형인 마이크로 채널에서의 2차원 전기이중층 장은 식 (1)과 같은 Poisson 식으로 나타낼 수 있으며, 대칭성 전해질 수용액에 대한 총괄 전하밀도는 식 (2)와 같은 Boltzmann 분포식으로 나타낸다.

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = - \frac{\rho_e}{\epsilon \epsilon_0} \tag{1}$$

$$\rho_e = - 2n_{\infty} z e \sinh\left(\frac{ze\psi}{k_b T}\right) \tag{2}$$

식 (2)를 식 (1)에 대입하면, 식 (3)의 형태로 2차원 Poisson-Boltzmann 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{2n_{\infty} z e}{\epsilon \epsilon_0} \sinh\left(\frac{ze\psi}{k_b T}\right) \tag{3}$$

경계조건은 다음과 같다.

$$y = 0 \text{ 일 때, } \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0$$

$$z = 0 \text{ 일 때, } \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0$$

$$y = H \text{ 일 때, } \psi = \zeta$$

$z = W$ 일 때, $\psi = \zeta$

일정한 경계조건과 무차원 변수를 대입하면 식 (4)와 같은 무차원 Poisson-Boltzmann 식을 얻을 수 있으며, 이를 이용하여 단면에서의 퍼텐셜분포를 구할 수 있다.

$$\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial z^{*2}} = (\kappa D_h)^2 \sinh(\psi^*) \quad (4)$$

여기에서, $y^* = \frac{y}{D_h}$, $z^* = \frac{z}{D_h}$, $\psi^* = \frac{ze\psi}{k_b T}$

$D_h = \frac{4A_{cross-sectional}}{P_{wetted}} = \left(\frac{4HW}{H+W} \right)$: hydraulic diameter

$\kappa = \left(\frac{2n_{\infty} z^2 e^2}{\epsilon \epsilon_0 k_b T} \right)^{1/2}$: Debye-Hückel parameter

κD_h : electro-kinetic diameter

무차원 경계조건은 다음과 같이 주어진다.

$y^* = 0$ 일 때, $\frac{\partial \psi^*}{\partial y^*} = 0$

$z^* = 0$ 일 때, $\frac{\partial \psi^*}{\partial z^*} = 0$

$y^* = \frac{H}{D_h}$ 일 때, $\psi^* = \zeta^* = \frac{ze\zeta}{k_b T}$

$z^* = \frac{W}{D_h}$ 일 때, $\psi^* = \zeta^* = \frac{ze\zeta}{k_b T}$

3. 결과 및 토론

본 연구에서는 단면에서의 퍼텐셜 변화를 조사하기 위하여 콧솔(Comsol)사의 FEMFLAB 3.0을 사용하였다. 먼저 단면에서의 퍼텐셜 유선(Streamline)을 조사하였다. 이를 통하여 일정한 제타퍼텐셜이 주어질 경우에, 채널단면의 중앙에서 채널의 표면을 향한 퍼텐셜의 형성이 어떻게 이루어지는지를 조사하였다. 이를 위하여, KCl 수용액의 농도는 $10^{-4}M$, 온도는 298K, 그리고 Debye-Hückel parameter(κ)는 약 $3.28 \cdot 10^8 m^{-1}$ 으로 가정하였다. Figure 2 ~ Figure 4에는 종/횡 비가 서로 다른 채널 단면에서의 유선을 나타내고 있다. Figure 2에 나타낸 바와 같이, 종/횡 비가 1인 경우에는 채널단면의 중심에서 표면을 향하여 형성되는 유선이 전체적으로 완전한 대칭을 이루는 것을 확인할 수 있다. 이는 좌우측 표면과 상하측 표면의 거리가 중심에서 동일하므로, 동일한 퍼텐셜에서 표면의 영향력이 동일하게 작용하기 때문이다. 또한 모서리도 중심에서 동일한 거리에 있으므로, 대칭이 되는 형태를 보여주고 있다.

Figure 3에는 종/횡 비가 1/2인 단면에서의 유선을 나타내고 있다. Figure 2와는 달리 좌우측 표면이 상하측 표면에 비하여

중심에서 보다 먼 거리에 위치하고 있기 때문에, 좌우측 표면의 영향력이 일정한 거리 영역까지만 영향을 미치는 것을 확인할 수 있다. 종/횡 비가 1/3일 때의 유선을 나타내고 있는 Figure 4의 경우에는 보다 확실한 형태를 보여주고 있다. 좌우측 표면의 영향력이 단면의 중심영역으로 갈수록 점차로 감소하다가, 단면의 중심영역에서는 상하측 표면을 향해서 직선형태의 유선이 형성된 것을 확인할 수 있다. 이는 전체적으로 채널 단면의

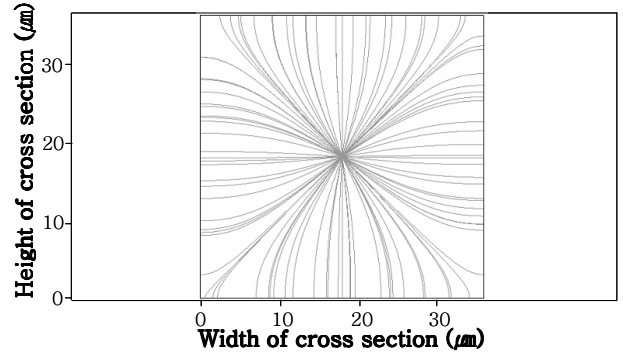


Figure 2. Streamline of the cross section with the aspect ratio of 1.

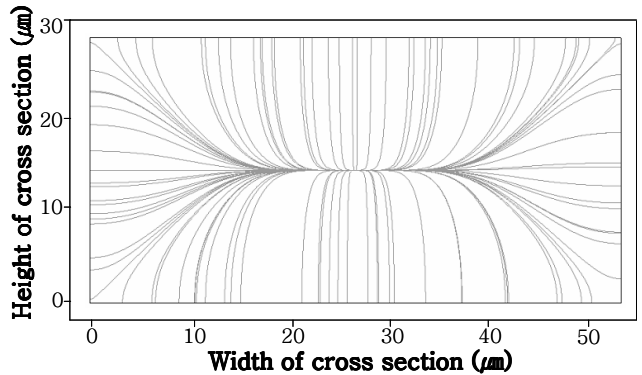


Figure 3. Streamline of the cross section with the aspect ratio of 1/2.

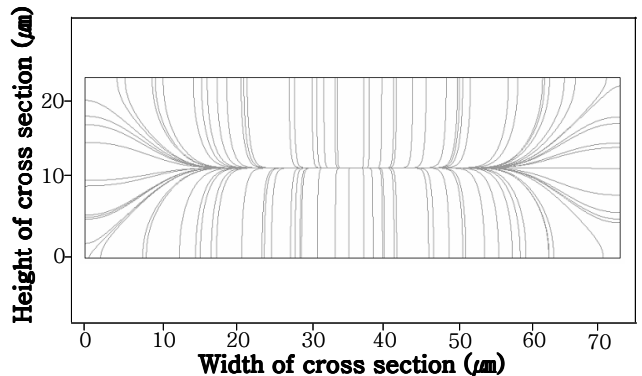


Figure 4. Streamline of the cross section with the aspect ratio of 1/3.

너비가 높이에 비하여 상대적으로 증가할 경우에 좌우측 표면의 영향력이 일정한 영역까지만 존재하고, 채널 중심부위에서는 상하측 표면의 영향력에 의해서만 퍼텐셜의 분포가 결정되는 것을 보여주고 있다.

채널 단면에서의 퍼텐셜의 변화를 조사하기 위하여 단면의 중앙을 횡으로 가로지르는 가상의 선을 그었다. 그리고 그 선상에서의 퍼텐셜 값을 다양한 수력학적 지름과 종/횡 비의 변화에 따라 비교하였다. Figure 5 ~ Figure 7에는 일정한 종/횡 비를 갖는 단면에 대하여, 수력학적 지름 변화에 따른 퍼텐셜의 변화를 나타내었다. 그 결과 Figure 5에 나타난 바와 같이, 종/횡 비가 1인 경우에, 단면의 중심을 기준으로 좌우측이 대칭을 이루는 퍼텐셜 분포를 나타내었다. 그리고 퍼텐셜의 값은 각각의 동일한 수력학적 지름에서, 채널의 중앙에서 가장 낮은 값을 나타내었으며, 좌우측 표면에서 가장 높은 값을 나타내었다. 또한 채널의 수력학적 지름이 증가할수록 단면의 좌우측 표면에서의 퍼텐셜 기울기가 증가하는 것으로 나타났다. 이는 채널 단면의 수력학적 지름이 증가함에 따라서 퍼텐셜 층이 표면으로 이동하기

때문으로 판단된다. 또한 이러한 퍼텐셜 층의 표면으로의 이동은 전기이중층의 압축과 제타퍼텐셜의 증가를 유발하여, 동일한 전기장 하에서 보다 빠른 유속을 나타낼 것으로 사료된다.

Figure 6과 Figure 7에는 종/횡 비가 1/2과 1/3인 경우를 나타내었다. Figure 5와 마찬가지로 수력학적 지름이 증가함에 따라서 제타퍼텐셜의 기울기가 증가하면서 점차적으로 전기이중층이 압축되는 결과를 나타내었다. 그렇지만, 종/횡 비가 1/2과 1/3로 감소함에 따라서 단면의 좌우측표면이 미치는 영향이 채널 단면의 일정한 영역까지만 나타나고, 채널단면의 중앙영역에서는 일정한 퍼텐셜 값을 나타내었다. 이는 표면에 형성된 전기이중층이 일정한 범위까지만 그 영향력을 행사하고 있다는 것을 보여주고 있다.

Figure 8에는 제타퍼텐셜이 0.1V인 경우에 동일한 수력학적 지름에서 종/횡 비의 변화에 따른 퍼텐셜의 분포변화를 단면의 중앙을 지나는 가상의 선상에서 나타내었다. 그 결과, 채널의 종/횡 비가 감소함에 따라서 단면의 중앙에서 나타나는 퍼텐셜 값의 분포는 점차로 평평한 형태를 나타내면서 일정한 범위까지만

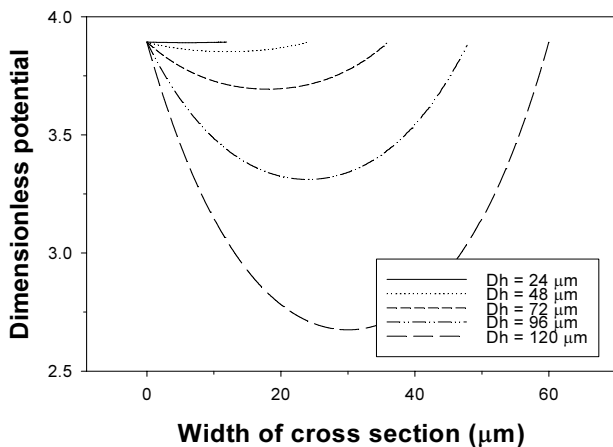


Figure 5. Potential profile with various hydraulic diameter (aspect ratio=1, zeta potential=0.1V).

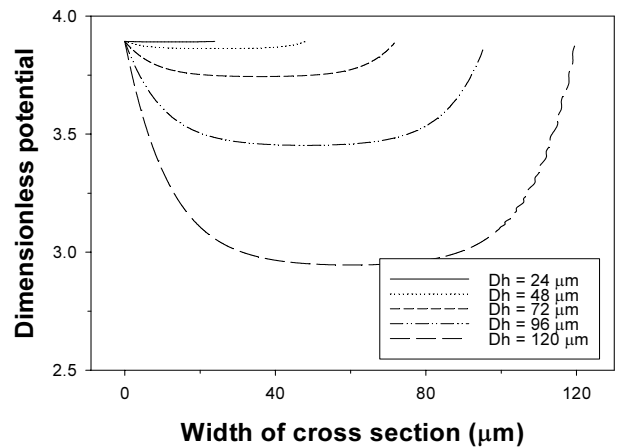


Figure 7. Potential profile with various hydraulic diameter (aspect ratio=1/3, zeta potential=0.1V).

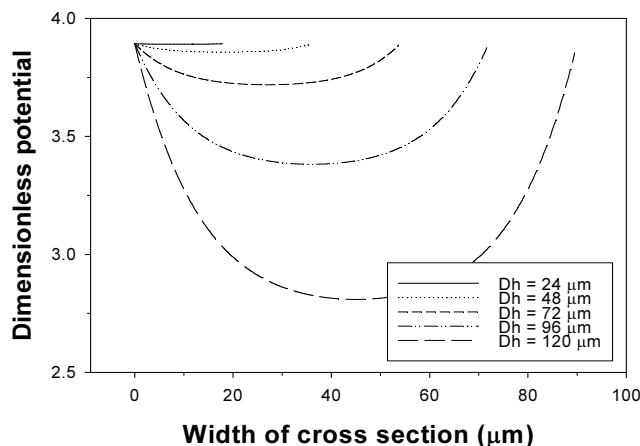


Figure 6. Potential profile with various hydraulic diameter (aspect ratio=1/2, zeta potential=0.1V).

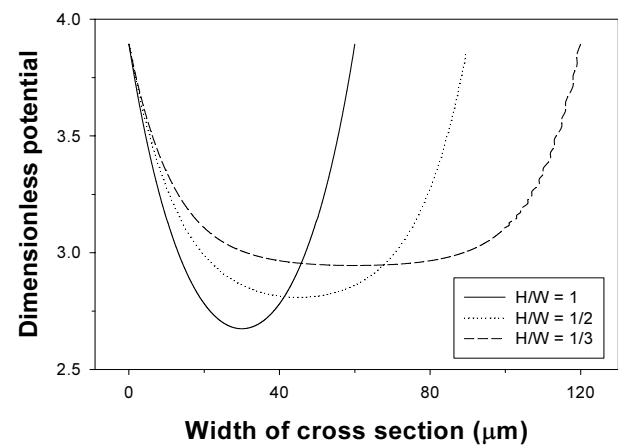


Figure 8. Potential profile with various aspect ratio (hydraulic diameter=120 micrometers, zeta potential=0.1V).

퍼텐셜의 변화를 보이고 그 이상에서는 퍼텐셜 값의 변화가 없는 것을 확인할 수 있다. 또한 종/횡 비가 1로써 가장 큰 경우에는 퍼텐셜이 단면 중앙의 낮은 값에서부터 그 변화폭이 크게 나타나면서 전체적으로 퍼텐셜의 기울기가 보다 더 크게 나타나는 것을 확인할 수 있었다. 그렇지만 표면 근처영역에서의 퍼텐셜 값을 비교해보면, 종/횡 비가 감소함에 따라서 전체적으로 퍼텐셜 층이 압축되는 것을 확인할 수 있으며, 이는 제타퍼텐셜의 증가를 초래할 것으로 사료된다.

Figure 9에는 동일한 수력학적 지름을 갖는 종/횡 비가 1인 단면에서의 제타퍼텐셜 변화에 따른 퍼텐셜 분포의 변화를 나타내고 있다. 전체적으로 퍼텐셜의 분포는 동일한 형태를 나타내었으며, 그 값은 제타퍼텐셜의 크기에 정비례하여 증가하는 것을 확인할 수 있다. 이는 채널 단면의 형태가 동일한 경우에는, 단면에서의 퍼텐셜의 분포는 단면의 크기변화에 상관없이 제타퍼텐셜 값이 변화함에 따라서 정비례하여 변화하는 것을 보여주고 있다.

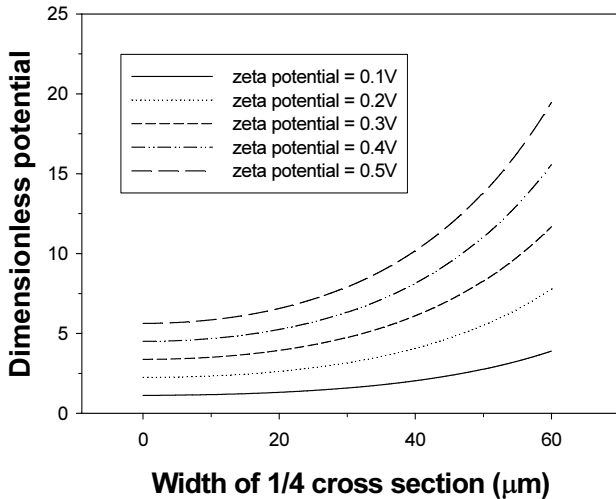


Figure 9. Potential change with different zeta-potentials (aspect ratio=1, hydraulic diameter=120µm).

4. 결 론

본 연구에서는 FEMLAB을 이용하여, 단면이 직사각형 형태인 마이크로채널에서 채널의 종/횡 비 변화와 수력학적 지름의 변화 그리고 제타퍼텐셜의 변화에 따른 단면에서의 퍼텐셜의 변화를 조사하였다. 그 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

종/횡 비가 감소함에 따라서 채널 중앙에서의 퍼텐셜은 일정한 값을 나타내었다. 이는 채널의 좌우측 표면의 영향력이 일정한 범위까지만 나타나기 때문이다. 또한 종/횡 비와 제타퍼텐셜이 동일한 경우에, 수력학적 지름이 증가함에 따라서 퍼텐셜의 기울기가 증가하는 것으로 나타났다. 이는 수력학적 지름이 증가함에 따라서 전기가중층이 압축되는 것을 잘 보여주고 있다. 마지막으로 종/횡 비와 수력학적 지름이 동일한 경우에 퍼텐셜의 변화는 제타퍼텐셜의 변화에 정비례하는 것으로 나타났다.

사용기호

D_h	hydraulic diameter (m)
e	elementary charge (C)
H	half channel height (m)
k_b	Boltzmann constant (J/K)
L	channel length (m)
n_{∞}	concentration of charged ions ($1/m^3$)
T	temperature (K)
W	half channel width (m)
Y^*	non-dimensional y-coordinate
z	valence of ion
Z^*	non-dimensional z-coordinate

Greek Letters

ϵ	dielectric constant in the medium ($C_2/J/m$)
ϵ_0	dielectric constant in the vacuum ($C_2/J/m$)
κ	Debye-Hückel parameter
ρ_{∞}	net charge density (C/m^3)
ψ	potential (V)
ψ^*	dimensionless potential
ζ	zeta potential (V)
ζ^*	dimensionless zeta potential

감 사

본 연구는 한국과학재단의 목적기초 연구사업(특정기초 연구사업: R01 - 2003 - 000 - 10224 - 0)의 일환으로 수행되었습니다.

참고문헌

- Vilkner, T. Janasek, D., and Manz A., "Micro Total Analysis Systems' Recent Development", *Anal. Chem.*, **76**, 3373- 3386 (2004).
- Ren, C. L. and Li, D., "Electrokinetic Sample Transport in a Microchannel with Spatial Electrical Conductivity Gradients", *J. Colloid Interf. Sci.*, **294**, 482-491 (2006).
- Xuan. X. and Li, D., "Electroosmotic Flow in Microchannels with Arbitrary Geometry and Arbitrary Distribution of Wall Charge", *J. Colloid Interf. Sci.*, **289**, 291-303 (2005).
- Stone, H. A. and Kim, S., "Microfluidics: Basic Issues, Applications, and Challenges", *AIChE J.*, **47**, 1250-1254 (2001).
- Chow, A. W., "Lab-on-a-Chip: Opportunities for Chemical Applications, and Challenges", *AIChE J.*, **48**, 1590-1595 (2002).
- Sounart, T. L. and Baygents, J. C., "Electrically-driven Fluid Motion in Channels with Streamwise Gradients of the

- Electrical conductivity", *Colloid Surf. A*, **195**, 59-75 (2001).
7. Belder, D. Elke, K., and Husmann, H., "Influence of pH-value of Methanolic Electrolytes on Electroosmotic Flow in Hydrophilic Coated Capillaries", *J. Chromatography. A*, **868**, 63-71 (2000).
 8. Sze, A. Erickson, D. Ren, L., and Li, D., "Zeta-potential Measurement Using the Smoluchowski Equation and the Slope of the Current-time Relationship in Electroosmotic Flow", *J. Colloid Interf. Sci.*, **261**, 402-410 (2003).
 9. Yang, J. Bhattacharyya, A. Masliyah, J. H., and Kwok, D. Y., "Oscillating Laminar Electrokinetic Flow in Infinitely Extended Rectangular Microchannels", *J. Colloid Interf. Sci.*, **261**, 21-31 (2003).
 10. Erickson, D. and Li, D., "Influence of Surface Heterogeneity on Electrokinetically Driven Microfluidic Mixing", *Langmuir*, **18**, 1883-1892 (2002).
 11. Ren, L. and Li, D., "Electroosmotic Flow in Heterogeneous Microchannels", *J. Colloid Interf. Sci.*, **243**, 255-261 (2001).
 12. Polson, N. A. and Hayes, M. A., "Electroosmotic Flow control of Fluids on a Capillary Electrophoresis Microdevice Using an Applied External Voltage", *Anal. Chem.*, **72**, 1088-1092 (2000).
 13. Sinton, D. Canseco, C. E. Ren, L., and Li, D., "Direct and Indirect Electroosmotic Flow Velocity Measurements in Microchannels", *J. Colloid Interf. Sci.*, **254**, 184-189 (2002).
 14. Meinhart, C. D. Wereley, S. T., and Santiago, J. G., "PIV Measurements of a Microchannel flow", *Exp. in Fluids*, **27**, 414-419 (1999).
 15. Sinton, D. Ren, L., and Li, D., "Visualization and Numerically Modelling of Microfluidic on-chip Injection Processes", *J. Colloid Interf. Sci.*, **260**, 225-233 (2003).
 16. Dutta, P. and Beskok, A., "Analytical Solution of Combined Electroosmotic/Pressure Driven Flows in Two-Dimensional Straight Channels: Finite Debye Layer Effects", *Anal. Chem.*, **73**, 1979-1986 (2001).
 17. Yang, C. and Li, D., "Analysis of Electrokinetic Effects on the Liquid Flow in Rectangular Microchannels", *Colloids Surf. A*, **143**, 339-353 (1998).
 18. Patankar, N. A. and Hu, H. H., "Numerical Simulation of Electroosmotic Flow", *Anal. Chem.*, **70**, 1870-1881 (1998).
 19. Rice, C. L. and Whitehead, R., "Electrokinetic Flow in Ultrafine Capillary Slits", *J. Phys. Chem.*, **69**, 4017-4024 (1965).
 20. Tsao, H. K., "Electroosmotic Flow through an Annulus", *J. Colloid Interf. Sci.*, **225**, 247-250 (2000).
 21. Kang, Y. Yang, C., and Huang, X., "Electroosmotic Flow in a Capillary Annulus with High Zeta Potentials", *J. Colloid Interf. Sci.*, **253**, 285-294 (2002).
 22. Hsu, J. P. Kao, C. Y. Kao, Tseng, S., and Chen, C. J., "Electroosmosis and Electrolyte Conductance in Charged Microcapillaries", *J. Colloid Interf. Sci.*, **248**, 176-184 (2002).
 23. Arulanandam, S. and Li, D., "Liquid Transport in Rectangular Microchannels by Electroosmotic Pumping", *Colloids Surf. A*, **161**, 89-102 (2000).
 24. Ren, L. Masliyah, J., and Li, D., "Experimental and Theoretical Study of the Displacement Process between Two Electrolyte Solutions in a Microchannel", *J. Colloid Interf. Sci.*, **257**, 85-92 (2003).
 25. Söderman, O. and Jönsson, B., "Electro-osmosis: Velocity Profiles in Different Geometries with both Temporal and Spatial Resolution", *J. Chem. Phys.*, **105**, 10300-10311 (1996).
 26. Santiago, J. G., "Electroosmotic Flows in Microchannels with Finite Inertial and Pressure Forces", *Anal. Chem.*, **73**, 2353-2365 (2001).
 27. Keh, H. J. and Tseng, H. C., "Transient Electrokinetic Flow in Fine Capillaries", *J. Colloid Interf. Sci.*, **242**, 450-459 (2001).
 28. Yang, R. J. Fu, L. M., and Hwang, C. C., "Electroosmotic Entry Flow in a Microchannel", *J. Colloid Interf. Sci.*, **244**, 173-179 (2001).